유형 익히기

중요

개념원리 중학수학 3-1 198쪽

유형 | 01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기

주어진 식을 완전제곱식이 포함된 꼴로 변형한다.

예 $y=2x^2-4x-1$

$=2(x^2-2x)-1$ ← x^2의 계수로 이차항과 일차항을 묶는다.

$=2(x^2-2x+1-1)-1$ ← 괄호 안에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더하고 뺀다.

$=2(x^2-2x+1)-2-1$ ← 완전제곱식을 제외한 수를 괄호 밖으로 뺀다.

$=2(x-1)^2-3$ ← (완전제곱식)+(상수)의 꼴로 나타낸다.

0996 대표문제

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+x+1$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q에 대하여 $a+p+q$의 값을 구하시오.

0997 중 하

다음 중 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바르게 나타낸 것은?

① $y=2x^2-4x \Rightarrow y=2(x-1)^2$

② $y=x^2+6x+7 \Rightarrow y=(x+3)^2+2$

③ $y=-2x^2+12x-9 \Rightarrow y=-2(x+3)^2-9$

④ $y=-\frac{1}{4}x^2+x+2 \Rightarrow y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+3$

⑤ $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-2 \Rightarrow y=-\frac{1}{3}(x-2)^2+1$

0998 중 하

두 이차함수 $y=-2x^2+10x+1$, $y=-2(x-p)^2+q$의 그래프가 일치할 때, 상수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오.

중요

개념원리 중학수학 3-1 198쪽

유형 | 02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식

$y=ax^2+bx+c \Rightarrow y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 구한다.

(1) 꼭짓점의 좌표: (p, q)

(2) 축의 방정식: $x=p$

0999 대표문제

이차함수 $y=-3x^2+kx-4$의 그래프가 점 $(2, -4)$를 지날 때, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는? (단, k는 상수)

① $(-1, -1)$ ② $(1, -1)$ ③ $(2, -1)$

④ $(2, 2)$ ⑤ $(2, 3)$

1000 중 하

다음 이차함수 중에서 그래프의 축이 y축의 오른쪽에 있는 것은?

① $y=x^2-5$ ② $y=-2(x+4)^2$

③ $y=-4(x+3)^2-5$ ④ $y=2x^2+2x-3$

⑤ $y=-3x^2+6x-7$

1001 중 하

다음 이차함수 중에서 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은?

① $y=x^2-4x+1$ ② $y=-x^2-6x-11$

③ $y=2x^2+2x+3$ ④ $y=3x^2-6x$

⑤ $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$

1002 중

두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-x+1$, $y=-2x^2+px+q$의 그래프의 꼭짓점이 일치할 때, 상수 p, q에 대하여 pq의 값을 구하시오.

1003 중

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+kx+3$의 그래프의 축의 방정식이 $x=4$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

1004 중

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+2x-k$의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=2x+3$ 위에 있을 때, 상수 k의 값은?

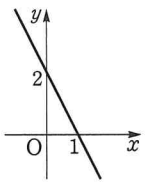
① -1 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 5

1005 중

이차함수 $y=x^2+4kx+4k^2-2k+3$의 그래프의 꼭짓점이 제3사분면 위에 있도록 하는 상수 k의 값의 범위를 구하시오.

1006 상 중 서술형

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 이차함수 $y=x^2+ax+b+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하시오. (단, a, b는 상수)



개념원리 중학수학 3-1 200쪽

유형 | 03 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 평행이동

(i) $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.
(ii) x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한다.
⇨ x 대신 $x-m$, y 대신 $y-n$을 대입하면
$y=a(x-m-p)^2+q+n$

1007 대표문제

이차함수 $y=2x^2-4x+1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 이차함수 $y=2x^2+8x+3$의 그래프와 일치하였다. 이때 a^2+b^2의 값을 구하시오.

1008 중

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+4$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 점 $(1, k)$를 지난다. 이때 k의 값을 구하시오.

1009 중

이차함수 $y=4x^2-8x+5$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, n)$일 때, $m+n$의 값은?

① -6 ② -2 ③ 2
④ 6 ⑤ 8

1010 상 중

이차함수 $y=x^2+bx+c$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하였더니 이차함수 $y=x^2+2x-3$의 그래프와 일치하였다. 이때 상수 b, c에 대하여 $b+c$의 값을 구하시오.

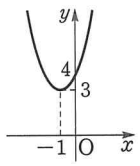
개념원리 중학수학 3-1 199쪽

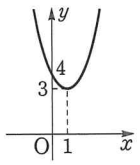
유형 | 04 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 그리기

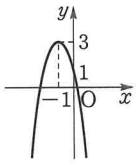
(i) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표 (p, q)를 구한다.
(ii) a의 부호에 따라 그래프의 모양을 결정한다.
⇨ $a>0$이면 아래로 볼록(∪), $a<0$이면 위로 볼록(∩)
(iii) y축과의 교점의 좌표는 $(0, c)$이다.

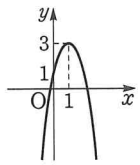
1011 대표문제

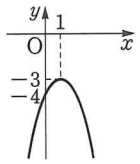
다음 중 이차함수 $y=-2x^2-4x+1$의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

1012 중

이차함수 $y=3x^2-2x+k$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않도록 하는 상수 k의 값의 범위를 구하시오.

1013 중

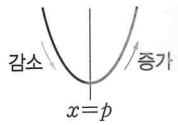
다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은?

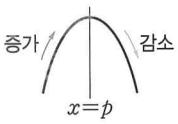
① $y=x^2+3x$
② $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{9}{2}$
③ $y=-x^2-4x-13$
④ $y=2x^2-12x+14$
⑤ $y=3x^2-12x+11$

개념원리 중학수학 3-1 199쪽

유형 | 05 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 증가, 감소하는 범위

$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형했을 때, 축 $x=p$를 기준으로 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가, 감소하는 x의 값의 범위가 나뉜다.

$a>0$ 

$a<0$ 

1014 대표문제

이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2-2x+1$의 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x>-5$
② $x<-4$
③ $x>-4$
④ $x>1$
⑤ $x<4$

1015 중 하

다음 이차함수 중 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위가 $x<2$인 것은?

① $y=2x^2-12x+20$
② $y=3x^2-12x+13$
③ $y=-x^2+6x-7$
④ $y=-2x^2+8x-7$
⑤ $y=-3x^2-12x-16$

1016 중 서술형

이차함수 $y=-2x^2+3kx-13$의 그래프가 점 $(1, -3)$을 지난다. 이 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위를 구하시오.

1017 상 중

이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2-8x+15$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위를 구하시오.

개념원리 중학수학 3-1 205쪽

유형 | 06 이차함수의 그래프와 x축, y축과의 교점

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와
(1) x축과의 교점의 x좌표 ⇨ $y=0$을 대입하여 x의 값을 구한다.
(2) y축과의 교점의 y좌표 ⇨ $x=0$을 대입하여 y의 값을 구한다.

1018 대표문제

이차함수 $y=2x^2-7x+3$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 각각 p, q이고 y축과 만나는 점의 y좌표가 r일 때, $p+q-r$의 값은?

① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
④ 3 ⑤ 5

1019 중

이차함수 $y=-4x^2+16x-15$의 그래프와 x축과의 두 교점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB}$의 길이는?

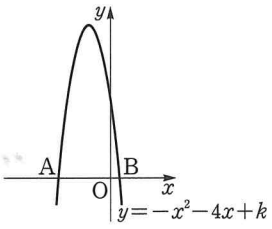
① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ 3 ⑤ 4

1020 중 서술형

이차함수 $y=-x^2+2x+k$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 중 한 점의 좌표가 $(3, 0)$일 때, 다른 한 점의 좌표를 구하시오. (단, k는 상수)

1021 상 중

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2-4x+k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=6$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.



중요

개념원리 중학수학 3-1 200쪽

유형 | 07 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표 ⇨ $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표 (p, q)를 구한다.
(2) x축과의 교점의 x좌표
⇨ $y=0$을 대입하여 x의 값을 구한다.
(3) y축과의 교점의 y좌표
⇨ $x=0$을 대입하여 y의 값을 구한다.
(4) 그래프의 증가, 감소하는 x의 값의 범위
⇨ 축 $x=p$를 기준으로 한다.

1022 대표문제

다음 중 이차함수 $y=-3x^2+4x-1$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$이다.
② x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
③ y축과 만나는 점의 y좌표는 $\frac{1}{3}$이다.
④ $x>\frac{2}{3}$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{2}{3}$만큼, y축의 방향으로 $\frac{1}{3}$만큼 평행이동한 것이다.

1023 중

다음 **보기** 중 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.

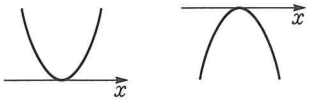
보기
ㄱ. 아래로 볼록한 포물선이다.
ㄴ. x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
ㄷ. 제3사분면을 지나지 않는다.
ㄹ. 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -2)$이다.
ㅁ. $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 폭이 같다.
ㅂ. $x>3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

개념원리 중학수학 3-1 206쪽

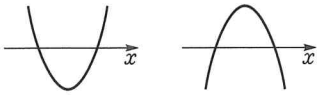
유형 | 08 x축과의 교점에 따른 이차함수의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하면 그래프가

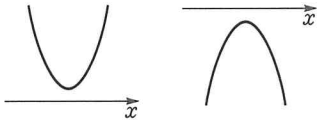
(1) x축과 한 점에서 만난다.
⇨ $q=0$



(2) x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
⇨ $a>0$일 때, $q<0$
$a<0$일 때, $q>0$



(3) x축과 만나지 않는다.
⇨ $a>0$일 때, $q>0$
$a<0$일 때, $q<0$



1024 대표문제

이차함수 $y=-2x^2+4x+k-1$의 그래프가 x축에 접할 때, 상수 k의 값을 구하시오.

1025 중

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+k+1$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k의 값의 범위를 구하시오.

1026 중

이차함수 $y=x^2+6x-2a+5$의 그래프가 x축과 만나지 않을 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a<-2$ ② $a>-2$ ③ $-2<a<0$
④ $0<a<2$ ⑤ $a<2$

1027 중

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-2k-6$의 그래프가 x축과 만나지 않을 때, 다음 중 상수 k의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$
④ 0 ⑤ 2

1028 중

다음 이차함수의 그래프 중 x축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $y=x^2-x-2$ ② $y=-x^2+10x-25$
③ $y=-x^2-2x-1$ ④ $y=-2x^2-4x-5$
⑤ $y=-x^2+2x+3$

1029 중 서술형

이차함수 $y=-5x^2+10x+k$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프가 x축과 만나지 않을 때, 상수 k의 값의 범위를 구하시오.

1030 상 중

이차함수 $y=3x^2-6x+2a$의 그래프가 점 $(a,\ a^2+6)$을 지나고, x축과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

중요

개념원리 중학수학 3-1 207쪽

유형 | 09 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호 (1)

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

(1) 아래로 볼록(∪) ⇨ $a>0$

위로 볼록(∩) ⇨ $a<0$

(2) 축이 y축의 왼쪽에 위치 ⇨ $ab>0$ (a, b는 같은 부호)

축이 y축의 오른쪽에 위치 ⇨ $ab<0$ (a, b는 다른 부호)

축이 y축과 일치 ⇨ $b=0$

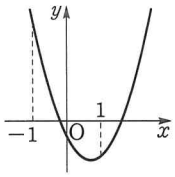
(3) y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 위치 ⇨ $c>0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 위치 ⇨ $c<0$

y축과의 교점이 원점에 위치 ⇨ $c=0$

1031 대표문제

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은? (단, a, b, c는 상수)



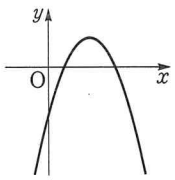
① $ab>0$ ② $ac>0$

③ $bc<0$ ④ $a+b+c>0$

⑤ $a-b+c>0$

1032 중하

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c의 부호는?



① $a>0$, $b>0$, $c>0$

② $a>0$, $b>0$, $c<0$

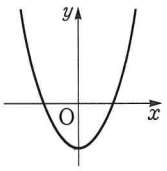
③ $a>0$, $b<0$, $c>0$

④ $a<0$, $b>0$, $c<0$

⑤ $a<0$, $b<0$, $c>0$

1033 중

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점이 y축 위에 있을 때, 상수 a, b, c에 대하여 다음 중 항상 양수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① ac ② $a+b$ ③ $b+c$

④ $a-c$ ⑤ abc